

文章编号 1004-924X(2010)10-2269-11

基于移不变抗混叠轮廓波变换的 混合统计模型图像降噪

闫 河¹, 余永辉², 赵明富²

(1. 重庆理工大学 计算机学院, 重庆 400054;

2. 重庆理工大学 电子信息与自动化学院, 重庆 400054)

摘要:针对抗混叠轮廓波变换缺乏平移不变性的缺陷,构造出具有近似移不变性的抗混叠轮廓波变换。在此基础上,在变换域提出一种混合统计模型图像降噪方法。该方法充分利用变换域信号系数层间层内相关性强、噪声系数无层内相关性且在小尺度下存在较强的假层间相关性的特点,采用混合统计模型对小尺度信号系数进行估计,从而避免了非高斯双变量模型放大噪声系数的风险。实验结果表明,提出的去噪法能克服轮廓波变换中的频谱混叠,避免重构图像出现“划痕”和边缘模糊现象,得到的峰值信噪比(PSNR)值分别比轮廓波硬阈值去噪、轮廓波变换域 HMT 去噪和抗混叠轮廓波变换域硬阈值去噪平均高 2.87, 1.32 和 1.36 dB,在有效去噪的同时,具有较好的图像边缘和细节保护能力。

关键词:图像降噪;移不变抗混叠轮廓波变换;层内相关性;层间相关性;混合统计模型

中图分类号:TP391.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20101810.2269

Mixed statistical model image denoising based on shift-invariant non-aliasing Contourlet transform

YAN He¹, YU Yong-hui², ZHAO Ming-fu²

(1. College of Computer Science, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China; 2. College of Electronic Information and Automation, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

Abstract: To avoid shift-variance defects in the original Non-aliasing Contourlet Transform (NACT), a new approximate Shift-invariance NACT(SINACT) was proposed. On this basis, a mixed statistical model image denoising method was presented based on SINACT. This method took full advantage of the characteristics that there were intra-scale and inter-scale correlations for signal coefficients and there was no intra-scale correlation but strong inter-scale correlation for noise coefficients at small scales. Furthermore, a mixed statistical model was used to estimate the small-scale signal coefficients to avoid noise coefficients amplified by the non-Gaussian bivariate model. Experimental results show that the proposed scheme can overcome the aliasing in the Contourlet transform domain and can avoid “scratching” and edge blur phenomena in the reconstructed image. The denoising Peak Signal to Noise

收稿日期:2009-12-10;修订日期:2010-03-10.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 50876120);重庆市科委自然科学基金资助项目(No. 2008BB2340);重庆理工大学科研启动基金资助项目(No. 2009ZD12)

Ratio(PSNR) of the proposed scheme is on average higher by about 2.87, 1.32 and 1.36 dB than those of the Contourlet transform hard-threshold denoising, Contourlet transform domain HMT denoising and hard-threshold denoising based on NACT, respectively, and it can achieve an excellent balance between suppressing noise and preserving as many image details and edges as possible.

Key words: Image denoising; Shift-invariance Non-aliasing Contourlet Transform(SINACT); intra-scale correlation; inter-scale correlation; mixed statistical model

1 引言

轮廓波变换(Contourlet Transform, CT)^[1]利用拉普拉斯塔型(Laplacian Pyramid, LP)变换和方向滤波器组(Directional Filter Banks, DFB)分别完成图像的多尺度和多方向分解,被认为是一种“真正”的二维图像“稀疏”表示方法^[1-4]。然而,CT在实际应用中并未表现出应有的“实力”,重构图像中存在严重的“划痕”现象^[5-12]。文献[5]最早指出这一现象,并认为是由于CT域存在频谱混叠而导致,但文献[5]没有进一步分析产生频谱混叠的根本原因;文献[7]和[8]指出对于小尺寸图像(小于 256×256)的滤波,CT非线性逼近性能不及传统的离散小波变换,并指出重构图像中存在的严重“划痕”现象是由于CT中存在的频谱混叠所导致,文献[7, 9-10]同时指出,若LP变换中的两个低通滤波器均满足Nyquist采样定理,那么大部分频谱混叠可以去除,由此设计出一种具有抗混叠性能的塔型方向滤波器组(Non-aliasing Pyramid Directional Filter Banks, NP-DFB);文献[11-12]认为CT的基函数缺乏频域局部化能力,导致频谱混叠,从而造成重构图像存在人为模糊,并设计出一种具有频域强局部化性能的多尺度分解方法来代替LP分解,由此消除原CT域的频谱混叠现象,形成新的抗混叠CT(Non-aliasing Contourlet Transform, NACT)。但是,NACT与CT相同,均使用下采样DFB,从而整体缺乏平移不变性,在图像去噪应用中会产生伪吉布斯现象,导致图像边缘失真,影响去噪图像的视觉效果。

本文在文献[11-12]的研究基础上,采用非下采样DFB代替NACT中的下采样DFB,并简化NACT中的塔式分解,从而构造出一种具有近似

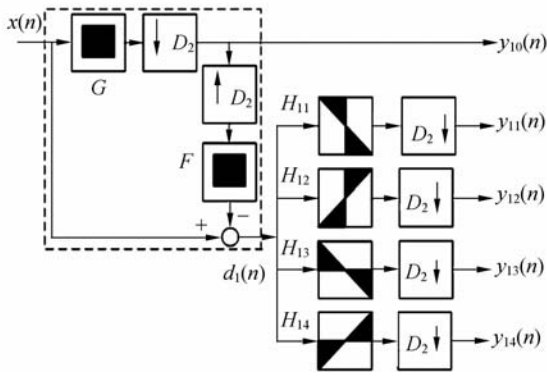
移不变性和抗混叠性的轮廓波变换(Shift-invariant NACT, SINACT)。在此基础上,提出一种SINACT域混合统计模型图像降噪新方法。其基本思想是:含噪图像经SINACT多尺度分解,得到一个低频逼近子图和一系列不同尺度、不同方向的高频细节子图。在大尺度下,可以认为逼近子图是信号的贡献,且数目较少,予以保留;而细节子图是含噪信号的贡献,且数目众多。充分利用变换域信号系数层间和同层同方向子带内相关性强,以及噪声系数层间相关性较弱、层内无相关性的特点,采用非高斯双变量分布和零均值高斯分布相结合的混合模型进行降噪处理。将该新方法应用于图像去噪,获得了较好的去噪效果。

2 轮廓波变换中的频谱混叠

2.1 等效滤波器组^[7]

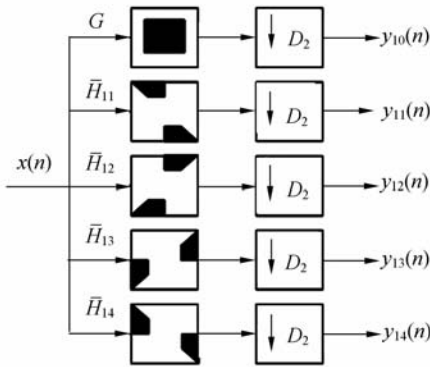
CT利用LP变换对图像进行多尺度分解,利用DFB将不同尺度的图像分解成多方向子图,是一种双迭代结构的滤波器组,CT又被称为拉普拉斯塔型方向滤波器组(PDFB)^[1]。

定义第 i 层分解中的DFB其方向滤波器为 H_{ij} ,其中 j 为DFB对应的第 j 个方向, $1 \leq j \leq d_i$ 。若将 $x(n)$ 与 $y_{ij}(n)$ 看作是一个方向滤波器组的输入和输出,则定义其等效方向滤波器为 \bar{H}_{ij} 。图1为1层分解4通道CT及5通道等效方向滤波器组示意图。图1(a)中虚线框内代表1层LP分解, $G(z)$ 和 $F(z)$ 是两个半带低通滤波器, $y_{10}(n)$ 和 $d_1(n)$ 分别表示逼近子带和细节子带,细节子带 $d_1(n)$ 通过4通道方向滤波器组进一步分解为4个方向子带($y_{1j}(n)$ ($1 \leq j \leq 4$))。若将虚线框内的LP分解看作一个滤波器组,图1(a)所示CT就等效为图1(b)所示的一个5通道滤波器组。



(a)4 通道轮廓波变换

(a)Four-band Contourlet transform



(b)5 通道等效滤波器

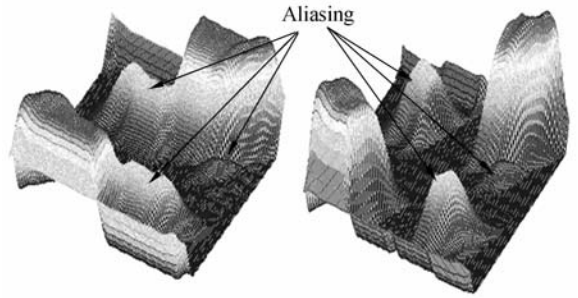
(b)Five-band equivalent filters

图 1 四通道轮廓波变换及其等效滤波器组

Fig. 1 Four-band Contourlet transform and its equivalent filters

2.2 CT 中的频谱混叠现象

CT 中 LP 分解的两个低通滤波器 $G(z)$ 和 $F(z)$ 为二维可分离的双正交“9/7”滤波器, 它们的带宽均大于 $\pi/2$, 对滤波后图像进行隔行隔列下抽样, 高低频均存在频谱混叠现象^[7]。而方向子带是由细节子带通过 DFB 生成, 故方向子带中同样也存在频谱混叠现象。图 2 给出了图 1(b) 中 $y_{11}(n)$ 子带对应的 4 通道和 8 通道等效滤波器 $\bar{H}_{11}(\omega)$ ($\omega = (\omega_1, \omega_2)$) 的频谱图。理论上讲, $\bar{H}_{11}(\omega)$ 的频谱形状应该是关于原点对称的两个梯形(如图 1(b) 图所示), 但图 2 中在 $\bar{H}_{11}(\omega)$ 的阻带区域出现了明显的“凸起”, 这些“凸起”部分就是频谱混叠成份。由于存在频谱混叠, 在重构图像中, 原图像边缘的光滑性遭到破坏, 且在图像平坦区域还存在严重的“划痕”现象^[7]。



(a) Four-band

(a)4 通道

(b) Eight-band

(b)8 通道

图 2 轮廓波变换等效方向滤波器的频谱

Fig. 2 Spectra of equivalent directional filters of Contourlet transform

3 移不变抗混叠 CT

3.1 抗混叠 CT

文献[7, 9-10]的分析进一步说明“凸起”的原因在于调制方向滤波器 $H_{11}(\omega)$ 的通带与 $G(\omega)$, $F(\omega)$ 的通带重叠, 因此消除“凸起”的方式是尽量减少各滤波器之间(尤其是过渡带)的重叠, 并指出只要 LP 变换中的 $G(z)$ 和 $F(z)$ 两个二维低通滤波器满足 Nyquist 抽样定律, 即通带和阻带范围在 $[-\pi/2, \pi/2]^2$ 内, 且在阻带区域的频谱响应接近 0, 就可以减少频谱混叠的产生^[7, 9-10], 文献[7]把这一抗混叠 CT 方法称之为 NPDFB (Non-aliasing PDFB)。但在实际应用中, NPDFB 中的两个低通滤波器既要满足上述抗混叠条件, 又必须满足完全重构条件, 通带和阻带频率的选择不确定。尽管文献[7]在选择过渡带频率为 $0.3\pi < |\omega_i| < 0.6\pi$ 时, 频谱混叠得到一定消除, 但其非线性逼近性能还有待改善。

文献[11-12]认为, CT 中存在频谱混叠的本质原因在于 LP 中两个低通滤波器的基函数缺乏强局部化能力, 从而导致频谱在理想梯形支撑区外产生了混叠。同时指出, LP 中滤波器基函数满足局部化特性与满足完全重构条件不能同时成立。因此, 文献[11-12]提出一种新的类似控向金字塔滤波器代替 CT 中的 LP。图 3 为 3 层分解 NCAT 示意图。NCAT 使用一组二维可分离低通滤波器 $L_i(\omega)$ 和高通滤波器 $D_i(\omega)$ ($i=0, 1$) 代替原 CT 中的 LP, 从而实现信号的多尺度分解。

(d, d) 为经第一层低通滤波器 $L_0(\omega)$ 分解后的下采样矩阵。 $L_i(\omega) = L_i^{1D}(\omega_1) \cdot L_i^{1D}(\omega_2)$ 。 $L_i^{1D}(\omega)$

为一维低通滤波器,其通带频率为 $\omega_{p,i}$,阻带频率为 $\omega_{s,i}$,过渡带频率平稳,并且满足下式要求:

$$L_i^{1D}(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_{p,i} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{(|\omega| - \omega_{p,i})\pi}{\omega_{s,i} - \omega_{p,i}} & \omega_{p,i} < |\omega| < \omega_{s,i} \\ 0 & \omega_{s,i} \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (1)$$

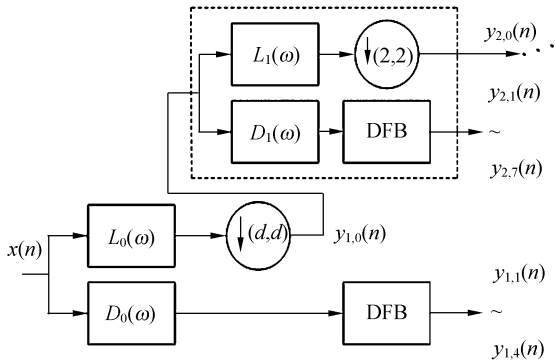
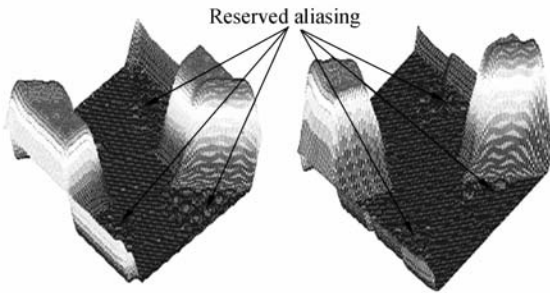


图 3 NACT 二层分解结构图

Fig. 3 Block diagram of NACT at level 2



(a) 4 通道 (a) Four-band
(b) 8 通道 (b) Eight-band

图 4 NACT-1 等效方向滤波器的频谱图

Fig. 4 Spectra of equivalent directional filters of NACT-1

式(1)中 $|\omega| \leq \pi, i=0,1$ 。按照(1)定义低通滤波器 $L_i(\omega)$ 后,高通滤波器 $D_i(\omega)$ 可根据以下完全重构条件求得:

$$|L_i(\omega)|^2 + |D_i(\omega)|^2 \equiv 1 \quad (2)$$

文献[11-12]通过数字实验证明在满足式(1)和式(2)情况下,如图 3 所示的 CT 具有抗混叠性能和完全重构性质。图 3 中 $d=1$ 和 $d=2$ 分别对应不同的滤波器结构,称之为 NACT-1, NACT-2。NACT-2 的冗余度为 4/3 与 CT 的冗余度相当^[11-12], NACT-1 的冗余度为 7/3^[11-12],要

高于 CT,但通过对比文献[7]和文献[11-12]的数字实验,发现 NACT-1 的非线性逼近性能好于 CT, NPDFB 和 NACT-2。图 4 给出了图 3 中 NACT-1 的 $y_{1,1}(n)$ 子带对应的 4 通道和 8 通道等效滤波器 $\bar{H}_{11}(\omega) (= \omega(\omega_1, \omega_2))$ 的频谱图,对比图 2,图 4 中频谱混叠成份得到明显抑制,但原点对称的梯形频谱周围依然存在轻微的混叠现象,这部分混叠主要是由于 NACT 缺乏平移不变性所引起。

3.2 移不变抗混叠 CT

NACT 较好解决了 CT 中频谱混叠的缺陷,特别是 NACT-1 采用类似文献[13]控向金字塔变换的塔式分解,文献[13]已经证明 SPT 具有近似平移不变性,因此 NACT-1 的塔式分解具有近似移不变性和抗混叠性。但是 NACT 与 CT 相同,均使用下采样 DFB,从而整体缺乏平移不变性,在图像去噪应用中会产生伪吉布斯现象,导致图像边缘失真,影响去噪图像的视觉效果^[14]。

文献[14]采用非下采样 DFB 和冗余小波变换相结合形成了非下采样 Contourlet 变换,非下采样 Contourlet 变换具有平移不变性能,但是 NSCT 并非是一种抗混叠变换,一方面是由于冗余小波变换存在严重的频谱混叠问题,另一方面文献[14]所提出的非下采样 DFB,其扇型滤波器设计只限定了完全重构条件,并不满足抗混叠条件,使得频域存在明显的频谱混叠。因此,设计移不变抗混叠 DFB 的关键就是进一步约束非下采样 DFB 的扇形滤波器满足抗混叠条件。

图 5 为双通道非下采样扇形滤波器组,为确保其完全重构性,必须满足下列完全重构条件:

$$U_0(z)V_0(z) + U_1(z)V_1(z) = 1 \quad (3)$$

其中扇形滤波器 $U_0(z), V_0(z), U_1(z), V_1(z)$ 可按照文献[14]的方式设计,为进一步保证方向滤波器具有抗混叠性,只需之前的塔式滤波器具有抗混叠性,即本文设计的塔式分解满足式(1)即

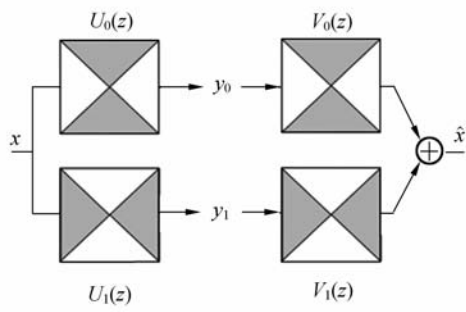


图 5 非下采样方向滤波器组

Fig. 5 Nonsubsampled directional filter banks

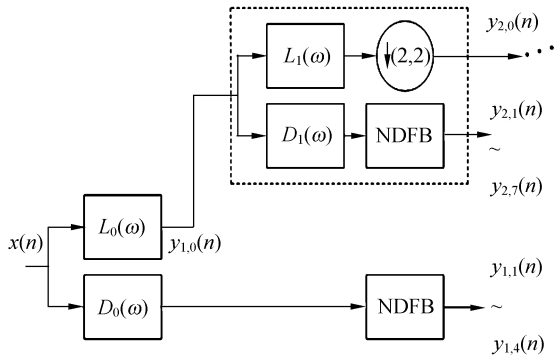
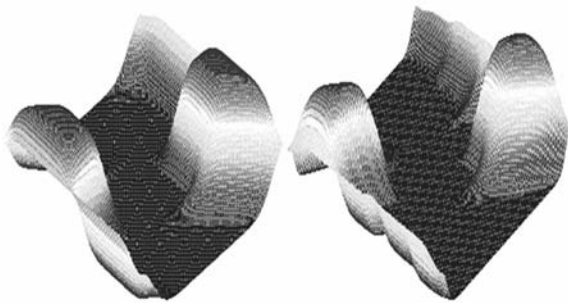


图 6 SINACT 层分解框图

Fig. 6 Block diagram of SINACT with 2-level multi-scale decomposition



(a) 4 通道

(b) 8 通道

(a) Four-band

(b) Eight-band

图 7 SINACT 等效方向滤波器的频谱图

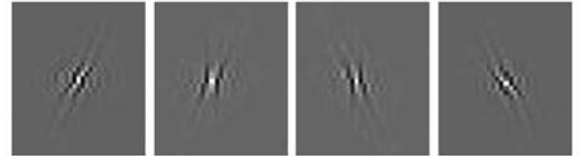
Fig. 7 Spectra of equivalent directional filters of SINACT



Level 1



Level 2



Level 3

(a) NACT 的基函数

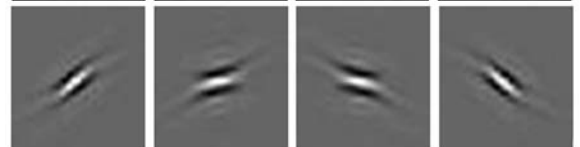
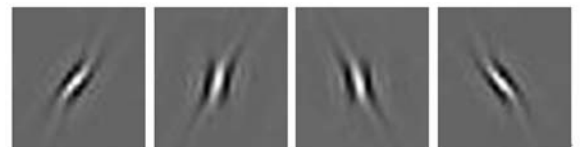
(a) Basis functions of NACT



Level 1



Level 2



Level 3

(b) SINACT 的基函数

(b) Basis functions of SINACT

图 8 NACT 与 SINACT 基函数的比较

Fig. 8 Comparison between NACT and SINACT basis functions

可。把满足式(1)的塔式分解和满足式(3)的非下采样 DFB 结合起来,则可构造出新的轮廓波变换,由于满足式(1)的塔式分解具有近似移不变性和抗混叠性,而非下采样 DFB 具有移不变性,因此新构造的轮廓波变换整体上具有近似移不变性和抗混叠性,称之为移不变抗混叠轮廓波变换(Shift-invariant Non-aliasing Contourlet Transform, SINACT)。图 6 为二层分解 SINACT 滤波器结构,图 7 为 SINACT 的 4 通道和 8 通道等效方向滤波器频谱图。对照图 4,可以发现图 6 中梯形频谱更加光滑,且梯形频谱之外已没有了混叠成份。图 8 为三层分解 NACT-1 和 SINACT 的基函数对比,各层方向子带数分别为[4, 4, 8]。图 8(a)为 NACT-1 基函数,图 8(b)为 SINACT 基函数。从图中可看出, SINACT 各层方向子带的基函数正则性明显比文献[11]的 NACT-1 更好,说明 SINACT 在继承 NACT-1 抗混叠性的同时,具有更好的平移不变性。

4 混合统计模型图像去噪

类似 Contourlet 变换,含噪图像经 SINACT 多尺度变换,得到一个低频逼近子图和一系列不同尺度、不同方向的高频细节子图(变换系数)。由于信噪比随尺度的增加而增大,所以在大尺度下可以认为,逼近子图是信号的贡献,细节子图为含噪信号的贡献,因而没有必要对逼近子图进行滤波,而仅需对各细节子图进行处理。文献[15]利用变换域信号系数层间相关性强和噪声系数层间相关性较弱的特点,采用非高斯双变量分布模型进行降噪,取得了较好的效果。但在尺度较小(1 或 2)的方向子图中,噪声系数幅值衰减不大,表现出较强的假尺度间相关性,因此,采用只考虑层间相关性的非高斯双变量分布模型对信号系数进行估计,在小尺度情况下,存在放大噪声系数的潜在风险。实际上,在多尺度分解中,信号系数除了具有明显的层间相关性外,在同一方向子带的局部区域中,沿边缘和轮廓的变换系数依然存在较强的层内相关性,而噪声系数在同一局部区域内不具备层内相关性。因此,在同层同方向子带内,采用强局部相关性零均值高斯模型对含噪系数进行估计,可以减少非高斯双变量分布模型在小尺度下放大噪声的风险。

设含噪图像经 SINACT 后分解为: $\{a_L[i, j], y_l^{(d)}[i, j]\}$, 其中 L 为最大分解尺度, $a_L[i, j]$ 为逼近子图的系数, $y_l^{(d)}[i, j]$ 表示 $l(l \geq 1)$ 尺度 d 方向子图的系数。去噪的目的就是从被噪声污染的系数 $y_l^{(d)}[i, j]$ 中恢复出实际图像系数 $w_l^{(d)}[i, j]$, 然后通过 SINACT 反变换得到降噪后的图像。若 $n_l^{(d)}[i, j]$ 表示 $l(l \geq 1)$ 尺度 d 方向子图中噪声的系数,则它们之间有如下关系:

$$y_l^{(d)}[i, j] = w_l^{(d)}[i, j] + n_l^{(d)}[i, j], \text{ 简写为:} \\ y = w + n. \quad (4)$$

4.1 同层同方向子带内强局部相关性零均值高斯模型降噪

含噪图像经 SINACT 分解后,各方向子图包含大量高频含噪细节信号,它们代表原始图像的边缘和轮廓。由于图像的边缘具有一定的连续性,经 SINACT 分解之后,在同尺度同方向子图局部区域中,信号具有明显的尺度内相关性,而噪声不具有这一特点。因此,可以利用强局部相关性零均值高斯模型,实现含噪信号系数的估计。

设 $N(i, j)$ 是以 $y_l^{(d)}[i, j]$ 为中心的 $3 \times 3, 5 \times 5$ 或 7×7 大小的邻域窗, M 为邻域窗中系数的个数, $\sigma_n^2[i, j]$ 为 l 尺度 d 方向子图 $[i, j]$ 位置邻域窗中噪声方差,其可以通过下式进行估计:

$$\sigma_n^2[i, j] = \frac{\text{Median}(|y_l^{(d)}[i, j]|)}{0.6745}, y_l^{(d)}[i, j] \in N(i, j), \quad (5)$$

σ^2 为邻域窗内信号方差,可通过下面二次估计的方法得到,首先通过近似最大似然估计器获得初步估计值:

$$\hat{\sigma}^2[i, j] = \underset{\sigma^2}{\text{argmax}} \left[\prod_{[k, l] \in N[i, j]} p(y[k, l] | \sigma^2) \right] = \\ \max \left(0, \frac{1}{M} \sum_{(k, l) \in N(i, j)} y^2(k, l) - \sigma_n^2 \right). \quad (6)$$

再利用近似最大后验概率估计器进行二次估计,信号方差的二次估计为:

$$\hat{\sigma}^2[i, j] = \underset{\sigma^2}{\text{argmax}} \left(\prod_{[k, l] \in N[i, j]} p(y[k, l] | \sigma^2) \right) \cdot p(\sigma^2), \quad (7)$$

式中: $p(\sigma^2) = \lambda \exp(-\lambda \sigma^2)$ 为要估计方差的先验模型, $\lambda = 1/\sigma^2$, 所以信号方差的最终估计为:

$$\hat{\sigma}^2[i, j] = \\ \max \left(0, \frac{M}{4\lambda} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8\lambda}{M^2} \sum_{[k, l] \in N[i, j]} y^2[k, l]} \right] - \sigma_n^2 \right), \quad (8)$$

应用 Bayesian 框架下的 MAP, 可得实际图像系数依据层内局部区域相关性的估计为,

$$\hat{\omega} = \underset{\omega}{\operatorname{argmax}} p_{w|y}(\omega|y) = \underset{\omega}{\operatorname{argmax}} [p_{y|\omega}(\omega|y) p_w(\omega) / p_y(y)]. \quad (9)$$

令 p_n 为 n 的边缘概率密度, 则有 $p_{y|\omega}(\omega|y) = p_n(y-\omega)$, 对式(8)两边取对数, 并整理得到:

$$\hat{\omega} = \underset{\omega}{\operatorname{argmax}} [\log p_n(y-\omega) + \log p_w(\omega)]. \quad (10)$$

在局部区域内, 可认为 ω 服从均值为 0、方差为 σ^2 的高斯分布, 则实际图像 l 尺度 d 方向子图的系数依据层内局部区域相关性的 MAP 估计为:

$$\hat{\omega}_i^{(d)}[i, j] = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_n^2} \cdot y_i^{(d)}[i, j], \quad (11)$$

式(11)中信号方差 σ^2 可由式(7)进行估计, 噪声方差 σ_n^2 可由式(5)估计。

若变换系数 $y_i^{(d)}[i, j]$ 是边缘信号的贡献, 则在以 $y_i^{(d)}[i, j]$ 为中心的局部邻域窗内, 根据式(8)得到的信号方差估计偏大, 而根据式(5)得到的噪声方差估计偏小, 从而根据式(11)得到最终的估计信号系数, 其大小接近 $y_i^{(d)}[i, j]$ 。反之, 若变换系数 $y_i^{(d)}[i, j]$ 主要是噪声的贡献, 根据式(11)最终得到的估计系数, 其值较小。

4.2 层间非高斯双变量分布模型降噪

非高斯双变量分布模型^[15]可以很好地描述 NACT 域系数层间相关性。设 $y_i^{(d-1)}[i, j]$, $\omega_i^{(d-1)}[i, j]$ 分别表示 $y_i^{(d)}[i, j]$, $\omega_i^{(d)}[i, j]$ 的父系数, 对于 $l(l \geq 2)$ 尺度 d 方向子图, 应用 Bayesian 框架下的 MAP, 同理可得到式(9), 式(8)中 $p_w(\omega)$ 是 ω 的非高斯双变量分布概率密度, 可表示如下:

$$p_w(\omega) = \frac{3}{2\pi\sigma_l\sigma_{l-1}} \exp\left[-\sqrt{3} \sqrt{\left(\frac{\omega_l}{\sigma_l}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{l-1}}{\sigma_{l-1}}\right)^2}\right], \quad (12)$$

式(12)中 σ_l 为图像 NACT 变换域 $l(l \geq 2)$ 尺度 d 方向子图系数的标准差。由于噪声的尺度间相关性弱, 可认为相邻尺度子带的噪声服从独立统计的零均值高斯分布, 因此, 噪声的双变量分布为:

$$p_n(n) = \frac{1}{2\pi\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{n_l^2 + n_{l-1}^2}{2\sigma_n^2}\right), \quad (13)$$

式(13)中 σ_n^2 为噪声方差, 可按照(5)式计算。利用式(9)、(11)和(12), 则 $l(l \geq 2)$ 尺度 d 方向子图 $\omega_i^{(d)}[i, j]$ 的 MAP 估计可表示为:

$$\hat{\omega}_i^{(d)}[i, j] = \frac{y_i^{(d)}[i, j]}{1 + \sqrt{3}\sigma_n^2/(\sigma_l^2 r)}, \quad (14)$$

式(14)中, $r = \sqrt{(\omega_l/\sigma_l)^2 + (\omega_{l-1}/\sigma_{l-1})^2}$ 。令 σ_{y_l} 表示 $l(l \geq 2)$ 尺度 d 方向子图含噪系数的标准差, 可采用 3×3 、 5×5 或 7×7 的邻域局部窗 $N(k)$ 估计 $\sigma_{y_l}^2 = \frac{1}{N} \sum_{y_{li} \in N(k)} y_{li}^2$, 则 σ_l 可按照如下方式估计:

$$\hat{\sigma}_l = \sqrt{\max(\sigma_{y_l}^2 - \sigma_n^2, 0)}. \quad (15)$$

把式(15)带入式(14)可得到依据层间相关性的系数估计。

4.3 混合模型去噪算法

(1) 对含噪图像 f 经 L 层 SINACT 后, 分解为逼近子图系数集 $\{a_L[i, j]\}$ 和一系列 l 尺度 d 方向子图系数集 $\{y_i^{(d)}[i, j]\}$ ($1 \leq l \leq L$)。

(2) 对方向子图系数集 $\{y_i^{(d)}[i, j]\}$, 分别按照式(11)和式(14), 计算 l 尺度 d 方向子图相应位置系数的层内相关性估计和层间相关性估计。令式(11)的计算结果为 $\hat{\omega}_{i,a}^{(d)}[i, j]$, 式(14)的计算机结果为 $\hat{\omega}_{i,b}^{(d)}[i, j]$ 。

(3) 估计最终信号系数

如前分析, 采用层间相关性的非高斯双变量分布模型对信号系数进行估计, 对于小尺度方向子图, 存在放大噪声系数的潜在风险。因此, 在小尺度下 ($l=1$ 或 $l=2$), 若 $|\hat{\omega}_{i,a}^{(d)}[i, j]| < |\hat{\omega}_{i,b}^{(d)}[i, j]|$, 则认为非高斯双变量分布模型放大了噪声, 故最终估计系数 $\hat{\omega}_i^{(d)}[i, j] = |\hat{\omega}_{i,a}^{(d)}[i, j]|$ 。其他情况, 层内相关性估计与层间相关性估计的结果应一致, 可采取求平均的方法消除它们各自计算中的误差。因此, 各方向子图相应位置系数的最终估计可按照如下方法估计:

若 $l=1$ 或 $l=2$

$$\hat{\omega}_i^{(d)}[i, j] = \begin{cases} \hat{\omega}_{i,a}^{(d)}[i, j] & |\hat{\omega}_{i,a}^{(d)}[i, j]| < |\hat{\omega}_{i,b}^{(d)}[i, j]| \\ (\hat{\omega}_{i,a}^{(d)}[i, j] + \hat{\omega}_{i,b}^{(d)}[i, j])/2 & \text{else} \end{cases}$$

若 $l > 2$

则 $\hat{\omega}_i^{(d)}[i, j] = (\hat{\omega}_{i,a}^{(d)}[i, j] + \hat{\omega}_{i,b}^{(d)}[i, j])/2$ 。

(4) 利用第三步最终估计的各方向子图系数 $\hat{\omega}_i^{(d)}[i, j]$ 和逼近子图系数 $a_L[i, j]$, 进行 SINACT 反变换, 得到去噪后图像 g 。

5 实验结果分析

为了验证文本去噪算法的有效性, 选择大小

为 512×512 的标准测试图像 Barbara 和 Mandrill 进行实验,测试图像分别叠加均方差为 25、30、35、40 的高斯白噪声,并与 Contourlet 变换域硬阈值去噪法(CT-HT)^[1]、Contourlet 变换域隐马尔可夫树模型去噪(CT-HMT)^[16], NACT-1 的硬阈值去噪方法(NACT-HT)^[11]和 SINACT 硬阈值去噪进行对比实验。各去噪算法均选取 4 层分解,本文算法邻域窗选取 5×5 大小。表 1 为各种算法去噪效果(PSNR 值)对比。从表中可以看出,对于纹理丰富的 Mandrill 图像,在各级噪声下,NACT-HT 去噪后 PSNR 值与 CT-HMT 去噪相当;对于 Barbara 图像,在噪声均方差为 25 情况下,NACT-HT 去噪后 PSNR 值低于 CT-HMT 去噪 0.32 dB,在其余噪声级别下,NACT-HT 去噪后 PSNR 值均大于 CT-HMT 去噪。这说明 LP 变换中存在的频谱混叠是影响 CT 去噪性能的一个主要原因,在消除 LP 变换中的频谱混叠后,简单的硬阈值去噪性能已可以与复杂的统计模型相媲美。本文提出的 SINACT 在继承 NACT 抗混叠性能的同时,具有了近似移不变性,因而 SINACT 硬阈值去噪后 PSNR 平均值比 NACT 硬阈值去噪高 0.75 dB。本文算法充分利用了变换域信号系数层内层间相关性强、噪声系数层间相关性差层内无相关性的特点,同时避免了小尺度下放大噪声的特点,因此本文基于混合统计模型的本文去噪算法其 PSNR 值分别比 CT-HT、CT-HMT 和 NACT-HT 平均高 2.87, 1.32 和 1.36 dB。

表 1 不同算法去噪效果对比

Tab.1 PSNRs of denoised images with different algorithms

Image	σ	Noisy	CT-HT	CT-HMT	NACT-HT	SINACT-HT	Proposed method
Barbara	25	20.36	25.17	27.49	27.17	27.87	28.26
	30	18.83	24.24	26.11	26.21	27.13	27.81
	35	17.58	23.58	24.74	25.44	26.31	27.04
	40	16.52	22.97	24.43	24.87	25.79	26.52
Mandrill	25	20.21	21.88	24.30	23.32	24.25	25.03
	30	18.39	21.22	22.89	22.05	22.59	23.24
	35	17.39	20.79	21.67	21.58	22.09	22.61
	40	16.30	20.44	21.22	21.19	21.57	22.17

图 9 和图 10 分别给出了噪声方差为 35 时各种算法对 Barbara (裁减为 213×213 大小)和



(a) Barbara 原图

(b) 含噪图像

(a) Original Barbara

(b) noisy image



(c) CT 硬阈值法

(d) CT 隐马尔可夫树法

(c) Denoising by CT-hard

(d) Denoising by CT_HMT



(e) NACT 硬阈值法

(f) SINACT 硬阈值法

(e) Denoising by NACT-hard

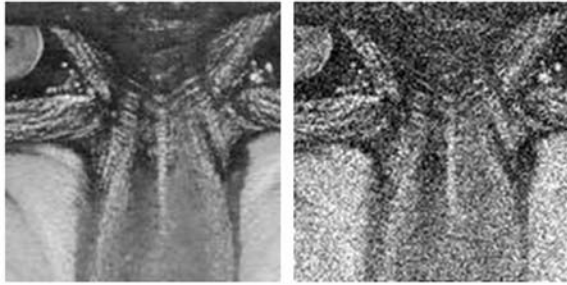
(f) Denoising by SINACT-hard



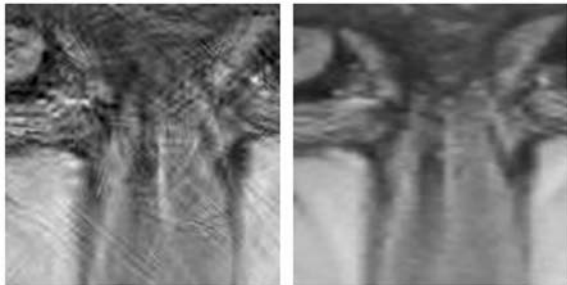
(g) 本文方法

(g) Denoising by proposed method

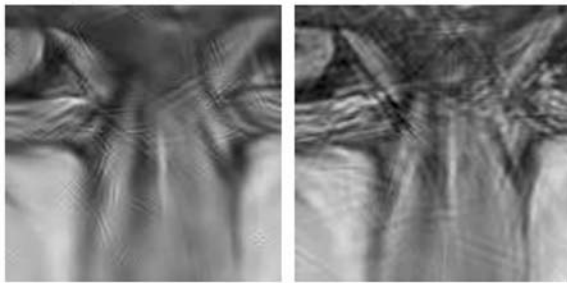
图 9 各种去噪算法对 Barbara 的去噪效果($\sigma=35$)
Fig.9 Denoised Barbara images with different algorithms($\sigma=35$)



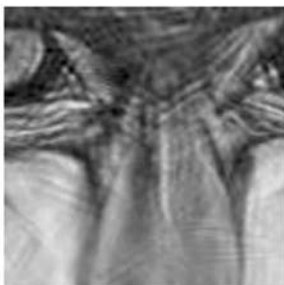
(a) Mandrill 原图 (b) 含噪图像
 (a) Original Mandrill (b) Noisy image



(c) CT 硬阈值法 (d) CT 隐马尔可夫树法
 (c) Denoising by CT-hard (d) Denoising by CT_HMT



(e) NACT 硬阈值法 (f) SINACT 硬阈值法
 (e) Denoising by NACT-hard (f) Denoising by SINACT-hard



(g) 本文方法
 (g) Denoising by proposed method

图 10 各种去噪算法对 Mandrill 的去噪效果($\sigma=35$)
 Fig. 10 Denoised Mandrill images with different algorithms($\sigma=35$)

Mandrill 图(裁减为 121×121 大小)的去噪效果。从图上可以看出,本文方法和 NACT-HT 法在图像整体细节和纹理的保护方面要明显优于 CT 和 CT-HMT;CT 方法去噪后图像存在明显的“划痕”现象;而 CT-HMT 法去噪后图像部分区域变模糊,存在“过平滑”的现象。本文方法同 NACT-HT 法相比,图像边缘保护性能更高。NACT-HT 法在图像边缘产生了轻微的“人为噪声”,这是由于简单硬阈值去噪导致重构图像的边缘存在“震铃”现象,SINACT 具有近似移不变性能,因此去噪后图像边缘细节更加清楚。

6 结 论

本文提出了一种基于移不变抗混叠轮廓波变换的混合统计模型图像降噪方法,分析了轮廓波变换存在严重频谱混叠的原因。针对抗混叠轮廓波变换缺乏平移不变性的问题,采用非下采样方向滤波器代替原抗混叠轮廓波变换中的下采样方向滤波器,并简化其塔式分解滤波器结构,从而构造了具有近似移不变性和抗混叠性能的轮廓波变换。对比实验表明,本文构造的移不变抗混叠轮廓波变换的基函数具有更好的正则性。充分利用变换域信号系数层间层内相关性强、噪声系数无层内相关性且在小尺度下存在较强的假层间相关性的特点,采用混合统计模型对小尺度信号系数进行估计,从而避免了非高斯双变量模型在小尺度下存在放大噪声系数的风险。对比去噪实验表明,本文去噪方法能避免重构图像出现“划痕”和边缘模糊现象。在有效去噪的同时,具有很好的图像边缘和细节保护能力。由于本文所构造的移不变抗混叠轮廓波变换采用了非下采样 DFB,使冗余度大大增加,因而本文去噪算法的计算效率较低。进一步的研究工作可以借鉴双树复小波变换的滤波器结构,构造具有低冗余度、移不变和抗混叠的双树结构 DFB 来降低整体变换的冗余度。

参考文献:

- [1] DO M N, VETTERLI M. Contourlets; a directional multiresolution image representation[C]. *Proc. of IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Rochester, September 2002*:1-4.
- [2] 陈志刚, 尹福昌. 基于 Contourlet 变换的遥感图像增强算法[J]. *光学精密工程*, 2008, 16(10): 2030-2037.
CHEN ZH G, YIN F CH. Enhancement of remote sensing image based on Contourlet transform[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(10): 2030-2037. (in Chinese)
- [3] 张麒, 汪源源, 王威琪, 等. 活动轮廓模型和 Contourlet 多分辨率分析分割血管内超声图像[J]. *光学精密工程*, 2008, 16(11): 2303-2311.
ZHANG Q, WANG Y Y, WANG W Q, *et al.*. Intravascular ultrasound image segmentation based on active contour model and Contourlet multiresolution analysis[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(11): 2303-2311. (in Chinese)
- [4] 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望[J]. *电子学报*, 2003, 31(12A): 1975-1981.
JIAO L CH, TAN SH. Development and prospect of image multiscale geometric analysis[J]. *ACTA Electronic Sinica*, 2003, 31(12A): 1975-1981. (in Chinese)
- [5] CANDES E J, DEMANET L, DONOHO D L, *et al.*. Fast discrete Curvelet transforms[R]. *Applied and Computational Mathematics, California Institute of Technology*, 2005: 1-43.
- [6] 张强, 郭宝龙. 应用第二代 Curvelet 变换的遥感图像融合[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(7): 1130-1136.
ZHANG Q, GUO B L. Fusion of remote sensing images based on second generation Curvelet transform[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(7): 1130-1136. (in Chinese)
- [7] NGUYEN T T, ORAINTARA S. On the aliasing effect of the Contourlet filter banks[C]. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS06), Greece*, 2006: 1-5.
- [8] LIU Y L, NGUYEN T T, ORAINTARA S. Low bit-rate image coding based on pyramidal directional filter banks[C]. *the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 06), France*, 2006: 2-2.
- [9] 冯鹏, 魏彪, 潘英俊, 等. 基于方向滤波器组的 Contourlet 变换频谱混叠特性研究[J]. *光电子·激光*, 2008, 19(12): 1670-1674.
FENG P, WEI B, PAN Y J, *et al.*. The research of frequency aliasing of Contourlet transform based on directional Filter banks[J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2008, 19(12): 1670-1674. (in Chinese)
- [10] 冯鹏, 魏彪, 潘英俊, 等. 基于拉普拉斯塔型变换的 Contourlet 变换频谱混叠特性分析[J]. *光学学报*, 2008, 28(11): 2090-2096.
FENG P, WEI B, PAN Y J, *et al.*. Analysis of frequency aliasing of Contourlet transform based on Laplace pyramidal transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(11): 2090-2096. (in Chinese)
- [11] LU Y, DO M N. A new contourlet transform with sharp frequency localization[C]. *Proc. of IEEE International Conference on Image Processing, Atlanta, USA*, 2006: 1629-1632.
- [12] 冯鹏, 魏彪, 潘英俊, 等. 抗混叠塔型变换的构造[J]. *电子学报*, 2009, 37(11): 2510-2515.
FENG P, WEI B, PAN Y J, *et al.*. Construction of non-aliasing pyramidal transform[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(11): 2510-2515. (in Chinese)
- [13] SIMONCELLI E P, FREEMAN W T. The steerable pyramid: a flexible architecture for multi-scale derivative computation[C]. *Proceedings of International Conference on Image Processing, Washington D C*, 1995: 444-447.
- [14] CUNHA A L, ZHOU J, DO M N. The nonsubsampled contourlet transform: theory, design, and applications[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(10): 3089-3101.
- [15] 闫河, 潘英俊, 刘加伶, 等. 抗混叠 Curvelet 变换非高斯双变量模型图像降噪[J]. *光学精密工程*, 2009, 17(7): 1774-1781.
YAN H, PAN Y J, LIU J L, *et al.*. Image denoising using non-Gaussian bivariate model based on non-aliasing Curvelet transform[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(7): 1774-1781. (in Chinese)
- [16] PO D D Y, DO M N. Directional multiscale modeling of images using the Contourlet transform[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2006, 15(15): 1610-1620.

作者简介:



闫 河(1972—),男,陕西勉县人,工学博士,副教授,主要从事图像处理、模式识别、人工智能方面的研究。E-mail: cqyanhe@163.com



赵明富(1964—),男,重庆人,工学博士,教授,主要从事测试计量技术及仪器、智能信息处理、自动化检测与传感技术等方面的研究。E-mail: zmf@cqut.edu.cn



余永辉(1974—),女,重庆人,硕士,副教授,主要从事小波分析、智能控制与检测等方面的研究。E-mail: yhyucn@163.com

● 下期预告

四象限探测的激光粒度仪自动对中技术

葛宝臻,李文超,马云峰,魏耀林

(天津大学 精密仪器与光电子工程学院 光电信息技术科学教育部重点实验室,天津 300072)

随着微电子技术及计算机科学的飞速发展,利用计算机技术配合运动控制系统实现自动化已成为现代仪器的发展趋势。本文针对激光粒度仪手动对中自动化程度低、不易调整等问题,研究了基于四象限对中单元的新型 50 通道光电探测器的自动对中算法。首先,根据光束是否处于四象限探测器的感光范围,将激光粒度仪自动对中过程分为粗对中和精对中两部分,首先进行粗对中,在粗对中过渡到精对中后采取变步长方式,之后通过综合比较对中精度和对中所需时间确定了算法的最佳截止条件,并进行了理论分析和模拟计算,完成了激光粒度仪自动对中系统硬件和软件的设计,最后通过实验验证本对中系统的可靠性与准确性。实验结果表明,最终的对中分辨率高于 $5\ \mu\text{m}$ 。使用该技术对标准颗粒样品进行测量实验,结果证明自动对中后的测量数据符合国家激光粒度仪校准规范的要求,并且克服了传统手动对中方式的缺点。基本满足自动测量的稳定性高、精度高、操作简便等要求。